

## Två berömda tankeexperiment

Vad menas med ett tankeexperiment? Är det en form av önsketänkande? Kanske något slags psykologiskt test? Handlar det om att påverka vanliga experiment med tanken, att få saker att hända bara genom att tänka intensivt på dem? Nej, inget av detta.

Begreppet fångas förmodligen enklast genom exempel. Låt oss därför stifta bekantskap med ett par av vetenskapshistoriens mest berömda tankeexperiment. Båda härrör från vad man skulle kunna kalla den moderna vetenskapens gryning: det tidiga 1600-talets Europa.

### Om fallande kroppar

Galileo Galilei (1564–1642) verkar ha varit kusligt medveten om sin centrala roll i vetenskapens uppvaknande – eller så var han bara odrägligt självupptagen. I alla fall skriver han i sitt sista verk, *Samtal och matematiska bevis om två nya vetenskaper*, publicerat 1638, om sina egna upptäckter:

... portarna skall därmed öppnas till en omfattande och betydelsefull vetenskap, i vilken våra forskningar skall utgöra grunddragen.

Ett av verkets huvudsakliga teman är *fallrörelse*. Galileo vill veta hur olika föremål rör sig när de faller. Hur lång tid tar det för ett

föremål som släpps att nå marken? Spelar det någon roll om föremålet är stort eller litet, tungt eller lätt? Och om man inte bara släpper föremålet, utan också ger det en extra knuff åt något håll, hur förändras då rörelsen och falltiden? Frågorna är många, somliga aldrig tidigare ställda. Galileo lyckas besvara de flesta. Delvis gör han det med hjälp av noggrant utförda experiment. Han inser värdet av att faktiskt gå ut och observera verkligheten – i stället för att sitta på sin kammare och begrunda hur Gud borde ha skapat världen – och han utarbetar flera förbättringar av de på den tiden ganska grova och opålitliga mätmetoderna. Men han är också en flitig användare av en helt annan metod, en som han utvecklar till fulländning: tankeexperimenterandet.

Till de viktigaste resultaten som Galileo presenterar hör insikten att alla föremål som släpps faller lika snabbt till marken – oavsett storlek, tyngd och form – förutsatt att fallet sker i frånvaro av luft eller något annat uppbromsande medium.

Galileo intresserar sig alltså för fallrörelse som sker *i vakuum*. Detta var i sig kontroversiellt, eftersom många i Aristoteles efterföljd betraktade det perfekta tomrummet som en omöjlighet. Men Galileo inser inte bara den principiella möjligheten av ett vakuum – han inser också värdet av detta tänkta tomrum för att kunna formulera en teori för fallrörelse. Därmed gör han vetenskapshistoriens kanske första verkliga *idealisering* och inleder en viktig tradition inom all vetenskap, kanske särskilt fysiken: de lagar man formulerar bygger alltid på förenklande antaganden och är exakt giltiga endast under idealiserade betingelser. För att kunna beskriva en verklig situation utgår man från en idealiserad situation och inför sedan gradvis verklighetens komplikationer. Ta till exempel rörelsen hos en kotte som lossnar från en gren och faller till marken. Denna rörelse förstås bäst om man börjar med att betrakta kotten som en punktformad massa som faller genom vakuum. Först därefter funderar man på hur luften kan tänkas inverka på rörelsen, om kotten kanske roterar i fallet, hur vindar spelar in och så vidare.

En annan nydanande aspekt av Galileos beskrivning av fallrörelse är att han sätter begreppet acceleration – dvs. hastighetsförändring – i fokus. Han inser att ett föremål som släpps kommer att falla snabbare och snabbare, och att denna *förändring* i föremålets hastighet är nyckeln till att förstå rörelsens natur. Tidigare beskrivningar av fallrörelse fokuserade på hastigheten som sådan – de flesta föreställde sig att ett föremål som släpps uppnår sin fallhastighet omedelbart och behåller samma fart tills det når marken. Det var därför vanligt att man talade om kroppars ”naturliga hastigheter”: ett föremåls naturliga hastighet var den fart som föremålet var benäget att falla med. Det skulle dröja ytterligare något halvt sekel innan de matematiska verktygen för att hantera accelererad rörelse började utvecklas (så kallad derivata och integralkalkyl).

Det mest anmärkningsvärda med Galileos fallag är dock att den gör upp med föreställningen att tunga kroppar faller snabbare till marken än lätta. Detta var en uppfattning som levde kvar ända sedan Aristoteles dagar. Det är i syfte att vederlägga just denna föreställning som Galileo formulerar ett av fysikhistoriens mest kända tankeexperiment.

Galileos bok är till största delen skriven som en dialog mellan tre personer: *Salviati* (väsentligen Galileos alter ego), *Simplicio* (som får representera Aristoteles lära och framställs som lite trögtänkt och intellektuellt osjälvständig) och *Sagredo* (en lärd men i princip neutral diskussionsdeltagare, som dock alltid till sist håller med Salviati). Tankeexperimentet i fråga är insprängt i ett längre parti som även behandlar vakuums vara eller icke vara. Det börjar med att Galileo låter Simplicio redogöra för Aristoteles uppfattning om fallrörelse:

[Aristoteles antar] att kroppar av olika tyngd rör sig med olika stora hastigheter i samma medium och att dessa hastigheter står i samma förhållande till varandra som tyngderna. Så att, till ex-

empel, en kropp som är tio gånger tyngre än en annan rör sig tio gånger snabbare.

Detta utlöser en liten dispyt mellan diskussionsdeltagarna om huruvida det verkligen har gjorts några demonstrationer till stöd för Aristoteles påstående. Simplicio hävdar att Aristoteles själv helt säkert gjorde observationen, och det räcker utmärkt för hans del. Sagredo säger sig ha utfört ett fallexperiment, där han lät en kanonkula falla jämte en gevärskula från två hundra alnars höjd, och att han då kunde observera att kanonkulan ”inte stöter snabbare i marken ens med en tvärhand”. Salviati har dock andra planer för hur tvisten ska avgöras:

Men utan andra experiment kan vi med en kort och bindande demonstration klart bevisa att det inte är sant att en tyngre kropp rör sig snabbare än en lättare, jag menar kroppar av samma ämne, kort sagt sådana som Aristoteles talar om.

Han börjar med att fråga Simplicio om han anser att varje fallande kropp har en av naturen bestämd hastighet – en naturlig hastighet. Detta kan inte ifrågasättas, menar Simplicio. Salviati ber då sina åhörare att föreställa sig två kroppar, en tung och en lätt, alltså sådana att de har olika naturliga hastigheter. Om man nu fäster dessa båda kroppar vid varandra och låter dem falla tillsammans, så kommer den lätta kroppen att snabbas upp i sin rörelse, eftersom den dras med av den tyngre. Å andra sidan kommer den tyngre att saktas ner av den lättare, vars naturliga rörelse ju är långsammare. Håller Simplicio med om detta? Jo, det måste otvivelaktigt bli följd, svarar Simplicio, intet ont anande. När kropparna bundits samman faller de långsammare än vad den tyngre kroppen gjorde när den fick falla på egen hand.

Men, fortsätter Salviati, när kropparna sitter ihop utgör de tillsammans en större och tyngre kropp än den tyngre för sig. Såle-

des borde enligt Aristoteles antagande den sammansatta kroppen i själva verket röra sig snabbare i fallet än var och en av kropparna för sig. Ändå enades vi just om att den sammansatta kroppen måste röra sig långsammare än den större av kropparna. *Salviati triumferar*:

Där ser ni: Om man förutsätter att en tyngre kropp rör sig snabbare än en lättare, drar jag slutsatsen att den tyngre rör sig långsammare.

*Salviati* har visat hur Aristoteles teori leder till en motsägelse. Han kan därmed avfärda denna utan ytterligare observationer eller experiment.

Hur kan man då undgå denna motsägelse? På vilket sätt bör man modifiera Aristoteles hypotes om fallrörelse som tydligen måste vara felaktig? Svaret ger sig självt. Den enklaste lösningen är att tunga och lätta kroppar faller precis lika fort. Då kan det inte uppstå någon paradox när man föreställer sig att man binder samman olika tunga föremål och sedan låter dem falla.

Man kan säga att Galileo uppnår två saker med sitt tankeexperiment. Dels motbevisar han Aristoteles tes genom att visa att den leder till en motsägelse. Dels leder han åhörarnas tankar till det mest naturliga sättet att komma runt motsägelsen: hans egen teori att tunga och lätta föremål faller lika fort.

Men det är något lurigt med resonemanget. Alla föremål faller inte lika fort. Släpp en fjäder jämte en blykula, och du märker att blykulan når marken långt före fjädern. I perfekt *vakuum* faller de visserligen till marken på samma tid, men inte om de släpps i luft. Faktum är att för föremål som faller genom trögflytande vätskor, till exempel sirap, gäller Aristoteles falllag ganska väl.<sup>1</sup> Visst, denna invändning kan tyckas orättvis, för vad Galileo avser är fall ge-

---

1 Se t.ex. Atkinson et al (2004).

nom vakuum – inte genom luft, vatten eller trögflytande vätskor. Men frågan är varför hans argument inte fungerar i dessa fall. Vilket steg i resonemanget förutsätter att fallet sker just i tomrum? Varför uppstår inte samma motsägelse om man i stället föreställer sig att de båda sammanbundna kropparna, den tunga och den lätta, faller genom sirap?

Galileo gör i sitt resonemang ett underförstått antagande: att det fallande föremålets *form* inte påverkar farten. Om formen spelade in skulle man nämligen inte entydigt kunna dra några slutsatser om hur de båda kropparna skulle falla när de bundits samman. (Om de enskilda kropparna exempelvis vore klotformade skulle ju inte den kropp som de tillsammans bildar när de bundits samman också vara klotformad.) Det är precis därför som resonemanget inte fungerar när det gäller kroppar som faller genom sirap, eller genom något annat medium som erbjuder fallmotstånd. Friktionen mot mediet beror ju i hög grad på föremålets form – tänk bara på skillnaden mellan att i luft släppa ett plant pappersark och samma pappersark hopknycklat till en boll. Antagandet om vakuum är alltså avgörande för att Galileos argument ska fungera.

Galileo gör även ett annat antagande: han inskränker tankeexperimentet till att handla om kroppar av samma ämne, alltså kroppar som har samma densitet. Detta framgår av det första av Salvatis citat ovan ("jag menar kroppar av samma ämne"). Eftersom Galileo har sprängt in sitt resonemang i en mer allmän diskussion där fallrörelsen jämförs även mellan kroppar av olika material är det dock lätt att förbise detta. Men är det en viktig inskränkning?

Ja och nej. Aristoteles tes – eller det Galileo beskriver som hans tes<sup>2</sup> – dvs. att det enda som avgör hur snabbt en kropp faller är dess tyngd, motbevisas lika entydigt av tankeexperimentet

---

2 I själva verket är det inte helt klart vad Aristoteles ansåg. Se t.ex. Atkinson et al (2004), appendix E.

oavsett om det handlar om kroppar av samma material eller inte. Däremot blir Galileos egen falllag, att fallhastigheten i vakuum är oberoende av tyngden, inte en lika självklar slutsats om det rör sig om kroppar med olika densitet. Då finns nämligen en annan naturlig väg ut ur motsägelsen: om det handlar om olika material kan man helt enkelt hävda att det är just kropparnas densitet som bestämmer fallhastigheten. En järnkula faller kanske snabbare än en träkula, inte för att den är tyngre, som Aristoteles vill hävda, utan för att den har högre densitet. I så fall skulle det vara högst rimligt att man, när man som i Galileos experiment fäster kulorna i varandra, får en kropp som faller snabbare än träkulan men långsammare än järnkulan – den sammansatta kroppen har ju en medeldensitet som är mellan järnets och träets. En sådan lag är på intet sätt orimlig. Kom ihåg att en liknande lag faktiskt styr kroppars rörelse i vätskor: här är det just densiteten som avgör om ett föremål sjunker till botten eller flyter upp till ytan.

En tänkbar lag för fall genom vakuum är alltså att fallhastigheten (eller accelerationen) beror på densiteten hos det fallande föremålet. Galileo var väl medveten om denna möjlighet, och den var också något som bekymrade honom<sup>3</sup>: Hur skulle han visa att hans falllag gällde universellt, att fallhastigheten i vakuum var densamma oberoende av materialets densitet? Det som slutligen övertygade honom var observationer som visade att skillnaden i fallhastighet mellan föremål av olika densitet blev mindre ju tunnare mediet var. Därmed verkade det rimligt att denna skillnad skulle vara obefintlig om fallen skedde i tomrum.

Kanske är Galileos hyllade tankeexperiment inte fullt så effektivt som det verkar vid en första anblick. Den tes han motbevisar – att ett föremåls tyngd är det enda som har betydelse för dess fallhastighet – kan tyckas väldigt specialiserad. Hans egen teori – att fallhastigheten är densamma för alla föremål – lyckas han

---

3 Se Palmieri (2005).

visa enbart för föremål av samma material. Och förstås bara när det gäller fall genom perfekt tomrum.

Men någonting uppnår han ändå med sitt tankeexperiment. Han lyckas avfärda Aristoteles hypotes, som innan man tagit del av tankeexperimentet framstår som en åtminstone tänkbar teori för fallrörelse. Och han antyder i alla fall riktningen för en ny teori. Detta är imponerande nog. Genom att bara *tänka* experimentet kan han dra vissa slutsatser om de lagar som måste gälla beträffande kroppar som faller.

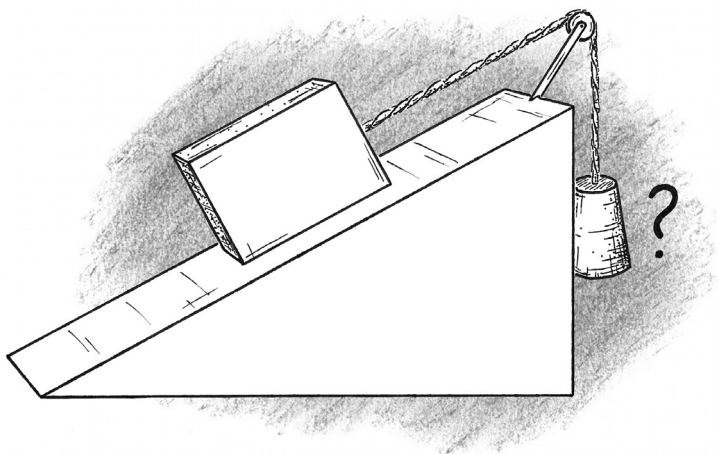
## Stevins lutande plan

Den holländske matematikern och ingenjören Simon Stevin (1548–1620) var ungefär samtida med Galileo, fast någon generation äldre. Han uppfann bland annat en segeldriven vagn, visade att trycket i en vätska endast beror på djupet och bidrog till spridningen av den decimalnotation som vi i dag betraktar som en sådan självklarhet – konventionen att den första siffran efter kommat avser antal tiondelar, den andra antal hundradelar och så vidare. Han är även mannen bakom ett berömt tankeexperiment.

Stevin ville veta vilken kraft som behövs för att hindra en kropp att glida ner för ett friktionsfritt lutande plan, eller annorlunda uttryckt, med vilken tyngd en sådan kropp måste balanseras för att inte glida ner (se figur 1:1). Svaret måste förstås bero på planets lutning. Om planet är horisontellt, dvs. inte lutar alls, behövs givetvis ingen balanserande tyngd. Om planet å andra sidan är vertikalt, så att kroppen i själva verket hänger fritt, måste den balanserande vikten ha lika stor tyngd som kroppen själv. Men hur tung måste vikten vara om planet lutar?

Det skulle ännu dröja över ett halvt sekel innan Newton införde kraftbegreppet och formulerade sina tre mekaniska lagar. Stevin hade alltså ingen teori för krafter till sitt förfogande, och än mindre någon grundläggande förståelse av tyngdkraften, den som





**Figur 1:1** *Hur stor måste tyngden till höger vara för att balansera kroppen på det sluttande planet?*

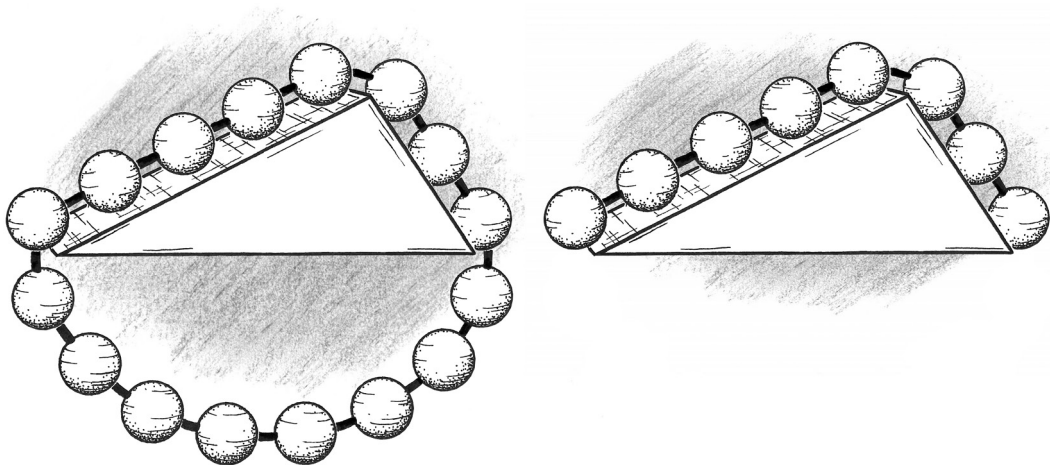
är orsaken till att kroppen glider ner om inget hindrar den. Ändå lyckades han lösa problemet – med hjälp av ett tankeexperiment.

Stevin föreställer sig en triangulär kloss som fästs vid en vägg så att klossens längsta sida – triangelns bas – är horisontell. De två övriga sidorna bildar då varsitt lutande plan med samma höjd men olika lutning. Han tänker sig sedan att en kedja av likadana sammanlänkade kuler – som ett halsband ungefär – hängs över klossen (se figur 1:2, vänstra bilden). Ett visst antal kuler kommer att vila på den längre av klossens sluttande sidor, och något färre på den kortare. Resten av halsbandet eller kedjan kommer att bilda en symmetrisk båge under klossen.

Då kulhalsbandet hängts på detta vis över den triangulära klossen kommer det att förbli i vila – det börjar inte rotera vare sig åt ena eller andra hållet. Hur kan vi veta detta? Anta att kedjan av kuler började rotera medurs: de tre kulorna på klossens högra sida glider neråt och drar med sig de fem kulorna uppåt längs den vänstra sidan. Efter att alla kuler förflyttat sig en position medurs

skulle situationen åter vara som den avbildade i figur 1:2. Eftersom vi antog att kulhalsbandet skulle börja rotera när det befann sig i detta läge, måste det fortsätta att rotera även nu då kulorna förskjutits en position framåt. Halsbandet måste med samma argument fortsätta rotera för alltid. Men detta skulle innebära att konstruktionen utgjorde en evighetsmaskin. Eftersom sådana är omöjliga blir slutsatsen att antagandet att halsbandet skulle börja röra sig åt något håll är felaktigt. När kedjan av kulor placerats över klossen förblir den i vila.

Betrakta nu den båge av kulor som hänger under klossen. Eftersom denna båge är symmetrisk måste den dra halsbandet lika mycket åt ena som åt andra hållet. Därför, resonerar Stevin, kan det inte göra någon skillnad om vi avlägsnar kulorna i denna båge. Den återstående delen av kedjan måste fortfarande befinna sig i vila över klossen, utan att börja glida åt något håll. Det innebär att vikten hos de kulor som vilar på den längre sidan exakt måste ba-



**Figur 1:2** Halsbandet av kulor till vänster måste befinna sig i jämvikt, eftersom konstruktionen annars skulle ge upphov till en evighetsmaskin. Men den båge av kulor som hänger under klossen är symmetrisk: den måste dra lika hårt åt båda hållen. Det kan därför inte göra någon skillnad om den avlägsnas. Den återstående raden av kulor ovanpå klossen måste i sig själv befinna sig i jämvikt.

lanseras av vikten hos dem som vilar på den kortare och brantare.

Kulornas vikt är förstås proportionell mot deras antal. Det vill säga: dubbelt så många kulor väger dubbelt så mycket. Å andra sidan avspeglar det antal kulor som vilar på en av klossens sidor längden hos den sidan: ju längre sidan är desto fler av kedjans kulor får plats längs den. Detta innebär att den sammanlagda tyngden av de kulor som vilar på en viss sida är proportionell mot denna sidas längd. Ett annat sätt att uttrycka samma sak är att säga att kulornas tyngd på höger och vänster sida förhåller sig till varandra på samma sätt som motsvarande sidlängder:

$$\frac{[\text{Vikten till höger}]}{[\text{Vikten till vänster}]} = \frac{[\text{Sidlängden till höger}]}{[\text{Sidlängden till vänster}]}$$

Därmed är problemet löst. Om till exempel sidlängden till höger är hälften så stor som den till vänster behövs också bara hälften så stor vikt till höger för att balansera vikten till vänster.

Låt oss återgå till den ursprungliga frågan, illustrerad i figur 1:1. Här är den högra sidan med den balanserande vikten vertikal. Detta är förstås bara ett gränsfall av det allmännare fallet där båda sidorna lutar, så lösningen måste vara densamma: den balanserande viktens storlek bestäms av förhållandet mellan den vertikala sidans längd – dvs. planets höjd – och längden hos den sluttande sidan. Detta förhållande avspeglar helt enkelt planets lutning. Om exempelvis lutningsvinkeln är 30 grader kommer planets längd att vara precis dubbelt så stor som dess höjd. I detta fall skulle den balanserande vikten bara behöva vara hälften så stor som den vikt som ska balanseras.<sup>4</sup>

Stevin lyckas alltså besvara sin fråga. Han gör det utan att an-

---

4 Förhållandet mellan planets höjd och dess längd uttrycks matematiskt som sinus för planets lutningsvinkel. Massan hos den balanserande kroppen kan alltså skrivas som massan hos den kropp som ligger på planet gånger sinus för lutningsvinkeln. Detta är förstås också det svar man kommer fram till om man löser problemet på vanligt sätt genom att tillämpa Newtons regelverk för hur man hanterar krafter.

vända sig av någon teori för krafter, och utan att känna till de mekaniska lagar som Newton senare skulle formulera. Hur går det till?

Detta är en fråga vi ska återkomma till när det gäller tankeexperiment i allmänhet: Hur uppnår de egentligen sina syften? Vad är det som gör att de fungerar?

Det avgörande steget i Stevins tankeexperiment är insikten att kulhalsbandet, när det har placerats över klossen, inte spontant börjar rotera åt endera hållet. Detta följer, som vi såg, av att det är omöjligt att konstruera en evighetsmaskin. Det är alltså denna omöjlighet – detta påstående om icke-existens – som ligger till grund för resonemanget och låter Stevin finna den balanserande kraftens storlek.

Om Stevins tankeexperiment jämförs med det förra exemplet, Galileos fallexperiment, finner man en del skillnader. Mest uppenbart är kanske att Stevins resonemang inte är lika ambitiöst: han löser bara ett avgränsat mekaniskt problem, medan Galileo försöker rucka på en rådande uppfattning om naturlagarna. Tankeexperimenten skiljer sig åt även på ett annat påtagligt sätt. Det primära syftet med Galileos experiment är att slå hål på Aristoteles teori genom att visa att den leder till en motsägelse – även om argumentet också talar för hans egen tes om fallrörelse. Stevins tankeexperiment saknar denna ”destruktiva” komponent: han motbevisar ingen existerande teori, utan visar bara på ett nytt samband som följer av redan accepterade lagar.

Vi ska få anledning att återkomma till dessa tankeexperiment, deras likheter och skillnader.