Innehåll

Förord

Denna bok tar sin begynnelse tisdagen den 26 juni 2012. Den dagen sa nämligen min fru Karin till mig att ”ja, men du som kan så mycket om sannolikheter och statistik, du måste skriva en bok om sånt”.

Jag har under många år ägnat mig åt att försöka popularisera sannolikheter och statistik, men även det enkla ”räknandet”, det som man kan ha nytta av till husbehov. Bakgrunden är att det finns en allmän uppfattning att matematik är till för snillen och att statistik är tråkiga tabeller över ointressanta fakta. Och, för all del, den högre matematiken är måhända till för matematiska snillen, precis som elitidrott eller sång och musik på högsta nivå är till för de största talangerna inom respektive fält. Men precis som att alla kan sjunga, spela eller idrotta på någon nivå, så kan alla ha glädje av vardagsmatematik, vardagsstatistik och vardagssannolikheter.

Vi delges dagligen statistik över partier som har ökat eller minskat sedan sist, nya rön baserade på vetenskapliga studier om att en ny medicin eller behandling är bättre än den gamla, samband mellan utsläpp av olika slag och klimatförändringar, och mycket annat.

Tanken att skriva en bok slog jag till en början ifrån mig, men så småningom insåg jag att, ja, men kanske ändå?

Nu när projektet är fullbordat kan jag summera innehållet som en blandning av kommentarer till artiklar från dagspressen, dels sådana som jag har samlat på mig under årens lopp, dels nya som har publicerats under skrivandets gång, vilket har gjort att jag har känt det som att jag har skrivit boken ”online” med livet. Vilket som en extra poäng visar hur stor del av vår vardag som utgörs av just matematik, data och statistik.

Eftersom jag förhåller mig kritiskt till en del texter är jag angelägen om att framhålla att de flesta tidningscitaten är tagna från Dagens Nyheter, men det beror bara på att det är min dagliga tidning och ingenting annat; jag skulle få lika många exempel av liknande slag om jag prenumererade på en annan tidning. En mindre del kommer från Upsala Nya Tidning, och från nätet.

Det har varit svårt att bestämma sig för när man skall sätta punkt, dra ett streck som man säger; man får ju oavbrutet nytt stoff (som Hasse och Tage med sina Lindemän: ”I dagens Expressen står det på sidan xx ...”). Det var nära flera gånger, men jag lyckades till slut.

Innan det hela tar sin början vill jag tacka min redaktör, Sanna Ehrnlund, för hennes noggranna genomläsningar av manuskriptet och för hennes många observationer, tankar och förslag. Jag vill även varmt tacka Kungliga Vetenskapssamhället i Uppsala och Anders Karitz Stiftelse för generösa tryckningsbidrag.

Till sist: Tack, Karin för din symboliska spark i min symboliska bak som blev inspirationen till detta projekt!

Uppsala i september månad år 2015 *Allan Gut*

Inledning

En gång för länge sedan, hamnade jag i ett samtal där jag blev upprörd, eller åtminstone förvånad, över att en vän inte visste vem Ribbentrop var.[1] Som reaktion på min förvåning frågade han mig om jag visste vilka The Who var, vilket jag besvarade nekande.[2] Samtalet ledde till frågan om vad som är viktigast eller mest angeläget att känna till av dessa båda, Ribbentrop eller The Who? Naturligtvis kom vi ingen vart.

Vad som är allmänbildning är en knepig fråga. Kanske finns svaret i ett brev jag fick en gång med kommentaren att "allmänbildning vet ingen vad det är, men alla vet att det är sämre beställt med den nuförtiden"? Samma fråga kan givetvis ställas beträffande statistisk allmänbildning.

Med denna bok vill jag visa att sannolikheter och statistik, men även problem som kan hanteras med hjälp av vanlig skolmatematik, omger oss varje dag och överallt. En statistisk allmänbildning kan uppenbarligen vara till allmän glädje, men det är minst lika viktigt att ha förmågan att förhålla sig vaksamt och kritiskt till all information som strömmar mot oss.

Till exempel: Hur vet man, exempelvis vid en opinionsundersökning, om en förändring är en reell förändring eller bara skenbar? Varför lockar uttrycket "hur man ljuger med

[1] Jag tänkte förstås på Hitlers utrikesminister Joachim von Ribbentrop (1893 – 1946).

[2] Han tänkte förstås på den kända engelska gruppen.

statistik" fram sneda leenden? Förmodligen därför att det är lätt att vilseleda med statistik – ibland medvetet, men förhoppningsvis oftast omedvetet. Som alltid i dessa sammanhang är två spelare inblandade: den som skriver och den som läser. Sändare och mottagare. Det är sålunda lika angeläget att du som sänder blir mer professionell i ditt sändande som att du som tar emot blir bättre skickad att förstå vad du (inte) tar emot.

Som en aptitretare avsedd att reta snålvattnet till en längtan efter en spännande och lagom lättsmält statistisk måltid, presenterar jag i denna inledning några exempel, dels från den verkliga världen, dels av ett mer lättsamt slag.[3]

Födelsedagsproblemet

I mitten på 80-talet var jag på en kräftskiva hos goda vänner. Vi var 23 personer runt bordet. Lite slentrianmässigt frågade jag min bordsdam vad hon gjorde. Socionom, jaha. Eftersom det är svårt att låta bli att tala om sannolikheter och statistik, så, ja, det visade sig att vi fyllde år samma dag.

Att vi var just 23 personer passade bra eftersom 23 är svaret på födelsedagsproblemet: Hur många personer krävs det för att sannolikheten att minst två personer fyller år samma dag är 50 procent?

Med tanke på att det krävs minst 367 personer för att man skall vara *helt* säker så är 23 personer ett ganska häpnadsväckande svar. Beräkningarna bygger på en modell för hur "slumpen beter sig". I detta fall på antagandet att alla födelsedagar är lika sannolika, vilket är något man möjligen kan diskutera. Man skulle till exempel kunna tänka sig att det föds något fler barn än genomsnittligt nio månader efter jul och midsommar. Men förmodligen ändå inte så vansinnigt många fler än att kalkylen ändå blir rimligt korrekt.

[3] amuse bouche = roa munnen kallas det på restaurangerna. Den grövre varianten, amuse gueule, betyder roa käften.

Fundering

Varför krävs det minst 367 personer för att man ska vara säker på att det finns två personer som fyller år samma dag? □

Kupongsamlarens problem

När man på 1950-talet köpte en tablettask med Alfa-tabletter, så låg det i varje ask en idolbild av en allsvensk fotbollsspelare, så kallade alfagubbar. Kupongsamlarens problem, eller problemet med samlarbilder, handlar om att beräkna hur många tablettaskar man behöver köpa i genomsnitt för att samlingen ska bli komplett.

För att kunna räkna på problemet måste vi, precis som för födelsedagsproblemet, ha en modell. Vi antar att alla bilder är lika sannolika varje gång. Vi antar också för att få något handfast att det finns totalt 100 olika bilder. Med den modellen finner man att det krävs ungefär 520 tablettaskar innan samlingen om 100 bilder är komplett. Mycket onödigt godis alltså.

Om vi för ett ögonblick tänker oss att det bara är den sista bilden som saknas, så är sannolikheten att få just den vid nästa köp 1/100. Det innebär att man måste räkna med ungefär 100 inköp för den sista bilden innan man har gått i mål. På samma sätt behövs i genomsnitt 50 inköp för den nästsista, och så vidare.

Notera att det tydligen är så att ungefär 100 av de totalt 520 inköpen går åt bara för att få den sista bilden, och 150 köp när du har fått ihop 98 av de 100. När du är nästan klar är du således långt ifrån klar!

Hur kunde man missa det?

Efter en ändring i Riksdagsordningen 1971 ersattes vår tvåkammarriksdag med en enkammardito. En fråga som då uppstod var hur många ledamöter den nya kammaren skulle ha. Det får inte bli för många och samtidigt ska alla landsändar vara rimligt representerade. Man kom fram till att 350 ledamöter var optimalt. Med min bakgrund är det första jag tänker på att det kan bli oavgjort, 175 – 175 mellan blocken. Hur kunde man missa det? Samtidigt kunde man tänka att, jamen det är ju väldigt osannolikt att det skulle inträffa.

För att ta reda på hur (o)sannolikt det är att hälften röstar höger och hälften vänster, så kan vi översätta det till att vi gör 350 slantsinglingar med ett vanligt mynt och frågar oss hur stor sannolikheten är att det blir exakt 175 krona, och därmed exakt 175 klave. Efter en introduktionskurs i sannolikhetsteori, så finner man att den sökta sannolikheten är ungefär 0,041, alltså drygt 4 procent, eller ungefär 1 på 25.

Det är en liten sannolikhet, men den är inte jätteliten. Om vi tänker oss att det finns 25 länder med 350 riksdags- eller parlamentsledamöter som har val samma år så följer det av den så kallade stora talens lag (se kapitel 8) att vi kan förvänta oss att det någonstans blir oavgjort varje gång. Och det är ju inge vidare. För svenska förhållanden kan vi förvänta oss att det sker ungefär vart 25:e val, dvs. ungefär vart 75:e år.

Och just detta inträffade 1973, alltså redan andra gången i det nya systemet, varefter vi fick leva med den så kallade lotteririksdagen i tre år. Därefter ändrades grundlagen, och sedan dess har vi 349 riksdagsledamöter.

Men visst kan man undra hur det är möjligt att grundlagsutredningen kunde missa att det inte får vara ett jämnt antal riksdagsledamöter?

Ett glas vin eller en stor stark?

Nuförtiden googlas det om det mesta mellan himmel och jord. Hamnar diskussionen i oenighet om sakernas tillstånd i något ämne finns det alltid någon i sällskapet som snabbt griper sin smartphone och klickar fram det korrekta svaret.

Praktiskt, naturligtvis, men samtidigt samtalsdödande. För visst är det så att en poäng med samtalet är samtalet självt, brytandet av åsikter och ståndpunkter, vilket är minst lika viktigt som att komma fram till en sanning. Framför allt när det inte existerar någon sanning. Men ibland räcker inte Google till. Google kan inte räkna, det måste man klara på egen hand.

En ljummen augustikväll på en krog i Mollösund, var frågan om vi skulle dricka öl eller vin till de moules frites vi skulle beställa. Kommentaren ”jag blir mer påverkad av en stor stark än av ett glas vin” inspirerade naturligtvis omedelbart till problemet vad som innehåller mest alkohol, en stor stark eller ett glas vin.

Om ett standardglas vin innehåller 15 cl vin med en alkoholstyrka om 12 %, så får man i sig $15 \times 0,12 = 1,8$ cl ren alkohol. Med en stor stark om 40 cl med en alkoholstyrka om 4,5 % så får man i sig $40 \times 0,045 = 1,8$ cl ren alkohol. Alltså lika mycket.

Så kan man roa sig med att räkna på andra exempel. Som du ser är det enda som krävs enkel procenträkning.

Lotto, blixtnedslag och fotboll

Lotto är en form av lotteri där man skall välja 7 tal bland 1, 2, 3, ..., 34, 35, där högsta vinsten, förstås, är 7 rätt. Man kan räkna ut att sannolikheten för att vinna högsta vinsten är 1 på 6.724.520, vilket är ungefär 0,0000001487.

Men hur mycket är det egentligen? Hur kan man göra sig en bild av hur stort, eller snarare hur litet, detta tal egentligen är?

Jo, om alla personer i landet som är över 6 år gamla, vilket är knappt 7 miljoner personer, får en vit kula och en slumpvis vald person får byta sin vita kula mot en röd, hur stor är då sannolikheten att just du blir utvald för kulbyte?

Ett annat sätt att få grepp om hur liten sannolikheten är ges av att chansen att få alla rätt är, grovt räknat, ungefär lika stor som sannolikheten att du ska dö av ett blixtnedslag inom ett år.

Eller, tänk dig ungefär 130.000 kortlekar staplade i en gigantisk trave, ja, gigantisk är den för den blir 3,3 kilometer hög. Föreställ dig nu att jag stoppar in en joker någonstans i högen och att jag därefter ber dig välja ett kort på måfå. Hur sannolikt är det att du väljer jokern?

När vi ändå pratar Lotto. Beräkningar av lottosannolikheter bygger på symmetri, att alla rader är lika sannolika. Som en illustration kan vi tänka oss en skål med 35 kulor, numrerade från 1 till 35, i vilken vi stoppar ner handen och plockar upp en näve med 7 kulor. Visst är det väl så att det inte finns någon kula som är favoriserad och alltså att alla sju-kombinationer är lika sannolika? Och därmed att raden 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 är precis lika sannolik som raden 3, 8, 16, 19, 24, 31, 33? Du kan därför lugnt köra med samma rad vecka efter vecka i stället för att hitta på nya kombinationer.

Vid ett parti bridge får de fyra spelarna 13 kort var från en välblandad kortlek. Det innebär bland annat att det är lika sannolikt att du får 13 ruter som att du får samma kort som du fick i förra omgången. Eller hur?

Det finns gott om företeelser i samhället som påminner om lottosannolikheter. Exempelvis fanns det en gång en tidningsnotis om att UEFA:s Champions League-lottning gav exakt samma resultat som provlottningen dagen innan.[4] Därefter noterades att sannolikheten för detta är minimal – ”ett osannolikt sammanträffande”. Från ansvarigt håll hävdades att man inte hade fuskat.

Hur stor eller liten är då denna sannolikhet? Det handlar om att bilda 8 par av 16 lag. Lag 1 har att välja på 15 andra lag. När detta par har bildats har nästa lag 13 återstående lag att välja bland, när detta par har bildats har det tredje laget 11 lag att välja bland, och så vidare. Antalet möjliga

[4] Aftonbladet, 20 december 2012.

par blir således

$$15 \times 13 \times 11 \times 9 \times 7 \times 5 \times 3 \times 1 = 2.027.025.$$

Endast 1 av dessa drygt 2 miljoner par är ”samma som igår”. Sannolikheten för detta sammanträffande är sålunda ungefär 1 på 2 miljoner eller ungefär $0,000005$, vilket är omkring 3 gånger så sannolikt som att få alla rätt på Lotto.

Lite tips och V5

Stryktips består av 13 rader med tre valmöjligheter för varje match: 1, x och 2. Eftersom varje match kan sluta på tre sätt – att något av lagen vinner eller att det blir oavgjort – så är sannolikheten $1/3$ att tippa rätt på första matchen, ja, på varje match, och därmed sannolikheten $1/3 \times 1/3 = 1/9$ att får rätt på de två första matcherna, och slutligen,

$$\begin{aligned} & 1/3 \times 1/3 \times \cdots \times 1/3 \times 1/3 \quad (= 1/3^{13}) \\ = \quad & 1/1.594.323 \approx 0,000000627 \end{aligned}$$

att få alla rätt.

Det verkar vara svårt. Tippar man 10 rader i veckan får man räkna med att det tar i storleksordningen 160.000 veckor, vilket är ungefär 3070 år, innan man får en fullträff. Det krävs alltså ett avsevärt tålamod om man skall ge sig i kast med detta. Dessutom har man normalt lagt ut mer pengar än vad man till äventyrs vinner den gången det slår till.

Med samma resonemang blir sannolikheten att få noll rätt, alltså att tippa fel i alla matcher,

$$2/3 \times 2/3 \times \cdots \times 2/3 \times 2/3 = 4096/1.594.323 \approx 0,002569.$$

Det är alltså ganska svårt, men inte lika svårt, att få inga rätt som att få alla rätt. Vi ser att det i runda tal är 4000 gånger lättare att få inga rätt.